**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Matematică**

**Test 16**

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)**

**5p** **1.** Rezultatul calculului $(7+3):5-2$ este egal cu … .

**5p** **2.** Dacă $\frac{x}{12}=\frac{5}{4}$, atunci $x$ este egal cu ... .

**5p** **3.** Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu … .

**5p** **4.** Pătratul $ABCD$ are $AB=6$ cm. Aria acestui pătrat este egală cu … $cm^2$.

**5p** **5.** În *Figura 1* este reprezentată o prismă patrulateră cu baza dreptunghiul $ABCD$. Unghiul dreptelor $AB$ și $B'C'$ are măsura de … °.

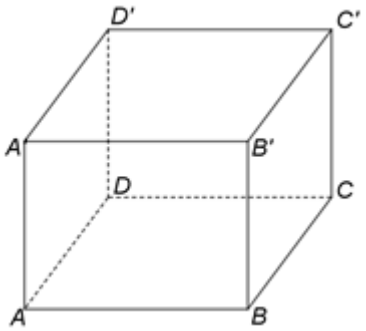



*Figura 1*

**5p** **6.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

| Ziua | Luni | Marţi | Miercuri | Joi | Vineri | Sâmbătă | Duminică |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatura (°C) | 18 | 16 | 15 | 19 | 17 | 20 | 14 |

Conform informațiilor din tabel, media temperaturilor înregistrate în acea săptămână este egală cu … °C.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**5p** **1.** Desenaţi, pe foaia de examen, un triunghi isoscel cu vârful $A$ și baza $BC$.

**5p** **2.** Calculaţi media aritmetică a numerelor reale $x=\left(3^2\right)^{40}:3^{76}-10$ şi $y=\left(2^{40}+2^{41}+2^{42}\right):2^{38}+2020^0$.

**5p** **3.** Un autoturism a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi autoturismul a parcurs $30\%$ din lungimea traseului, în a doua zi jumătate din restul traseului, iar a treia zi autoturismul a parcurs restul de $350$ km. Calculați lungimea întregului traseu.

**4.** Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}\right)\cdot 30$ și $b=\left(\frac{3}{\sqrt{27}}-\frac{8}{\sqrt{12}}+\frac{5}{\sqrt{75}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}$.

**5p** **a)** Arătați că $a=49$.

**5p** **b)** Calculați $\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}$.

**5p** **5.** Se consideră expresia $E(x)=(3x-1)^2-7(x+1)(x-2)-(x+3)^2$, unde $x$ este număr real. Arătați că $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

**1.** În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6\text{cm}$ şi $BC = 10\text{cm}$. Punctele $M$ și $N$ sunt situate pe laturile $BC$, respectiv $AD$, astfel încât $BM = 8\text{cm}$ și $AN = 2\text{cm}$. Punctul $E$ este proiecția punctului $D$ pe dreapta $MN$.

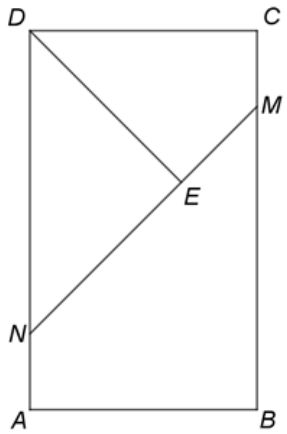



*Figura 2*

5p **a)** Arătați că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu $32\text{cm}$.

5p **b)** Demonstrați că $\Delta DEN$ este dreptunghic isoscel.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $BF \perp MN$, $F \in MN$, atunci $BEDF$ este paralelogram.

**2.** În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $ABCD$ pătrat, $AB = 10\text{cm}$, $VO = 5\sqrt{3}$ cm și $VO \perp (ABC)$, unde $O$ este punctul de intersecție a dreptelor $AC$ și $BD$. Punctele $M$, $N$ și $P$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, $CD$ și, respectiv, $CV$.

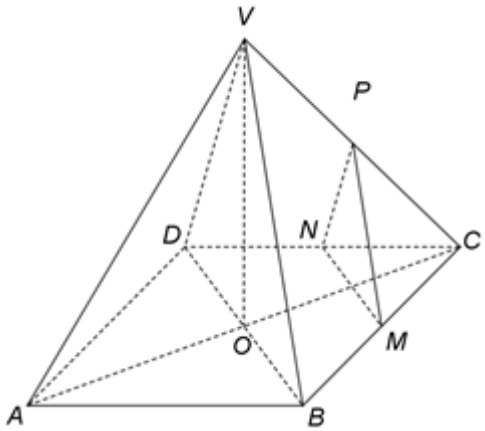



*Figura 3*

5p **a)** Arătați că $AC = 10\sqrt{2}$ cm.

5p **b)** Demonstrați că planele $(MNP)$ și $(BDV)$ sunt paralele.

5p **c)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta $VM$ și planul $(ABC)$.

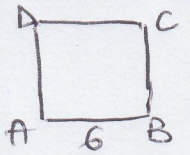
# TEST 16 - REZOLVARE

## SUBIECTUL I:

1) $(7+3):5-2 = 10:5-2 = 2-2 = 0$;

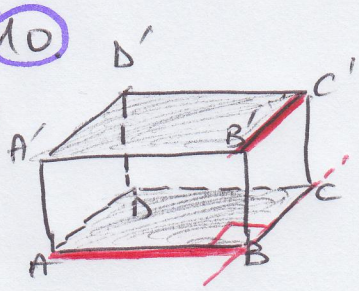
2) $\frac{x}{12} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}\cdot 5}{\cancel{4}_1} = 15$; 3) Cel mai micnr. natural de două cifre (în baza zece, evident) este 10

4)




$A_{\square} = a^2 = AB^2 = 6^2 = 36\ (cm^2)$

5)



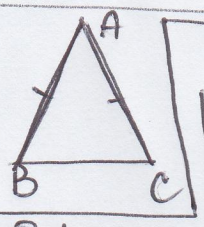

AB și B'C': necoplanare
BC ∥ B'C'

$\Rightarrow m(\widehat{AB;B'C'}) = m(\widehat{AB;BC}) = m(\widehat{ABC}) = 90°$.

6) $m_a = \frac{18+16+15+19+17+20+14}{7} = \frac{119}{7} = 119:7 = 17\ (°C)$.

## SUBIECTUL al II-lea:

1)




$(3^2)^{40} = 3^{2\cdot 40} = 3^{80}$; $3^{80}:3^{76} = 3^4$

Deci $x = 3^{80}:3^{76} - 10 = 3^4 - 10 = 81 - 10 = 71$.

2) Avem nevoie de formule

$\boxed{(a^m)^n = a^{m\cdot n}}$; $\boxed{a^m : a^n = a^{m-n}}$

$\boxed{a^0 = 1}_{a\neq 0} \Rightarrow 2020^0 = 1$

$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

$y = (2^{40}+2^{41}+2^{42}):2^{38} + 2020^0 =$

$= (2^{40}+2^{40}\cdot 2+2^{40}\cdot 2^2):2^{38}+1 =$

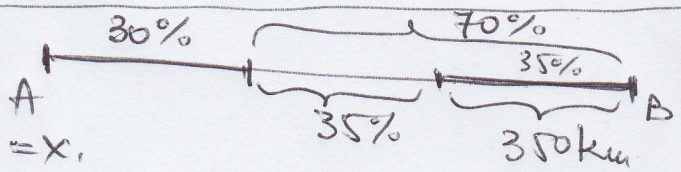
$= (1+2+2^2)\cdot 2^{40}:2^{38}+1 = (1+2+4)\cdot 2^{40}:2^{38}+1 =$

$= 7\cdot 2^2+1 = 7\cdot 4+1 = 28+1 = 29$.

Deci $x = 71$ și $y = 29$. Atunci $m_a(x;y) = \frac{x+y}{2} = \frac{71+29}{2} =$

$= \frac{100}{2} = 50$.

3)




(„metoda figurativă")

$AB = x$.

Notând cu x lungimea traseului

avem $35\%\cdot x = 350 \Leftrightarrow x = 350:\frac{35}{100} = \overset{10}{\cancel{350}}\cdot\frac{100}{\cancel{35}} = 1000\ (km)$

R: Lungimea întregului traseu este de 1000 km.

4) a) $a = \left(\frac{10}{3}+\frac{15}{2}+\frac{6}{5}\right)\cdot 30 = \frac{10+15+24}{30}\cdot 30 = \frac{49}{\cancel{30}}\cdot\overset{1}{\cancel{30}} = 49$, q.e.d.

b) $b = \left(\frac{\cancel{3}^1}{3\sqrt{3}} - \frac{\cancel{8}^4}{\cancel{2}_1\sqrt{3}} + \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{5}_1\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{12}{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{12}{\sqrt{3}} =$

$= -\frac{24}{3} = -8$.

$(\sqrt{a}+b)^{2020} = (\sqrt{49}-8)^{2020} = (7-8)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$. par.

5) $E(x) = (3x-1)^2 - 7(x+1)(x-2) - (x+3)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

$E(x) = 9x^2 - 6x + 1 - 7(x^2 - x - 2) - (x^2 + 6x + 9) =$

$= 9x^2 - 6x + 1 - 7x^2 + 7x + 14 - x^2 - 6x - 9 = x^2 - 5x + 6$

$(3x-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Deci $E(x) = x^2 - 5x + 6$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

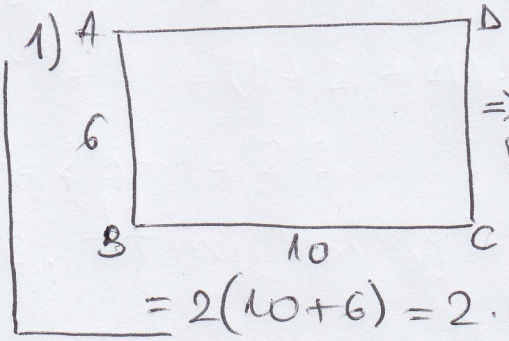
Descompunem în factori: $E(x) = x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = x(x-2) - 3(x-2) = (x-2)(x-3)$.

Calculând pe rând $E(1)$; $E(2)$; $E(3)$; $E(4)$; ...; $E(2020)$ observăm că $E(2) = (2-2)(2-3) = 0 \cdot (-1) = 0$ și atunci

$E(0) \cdot E(1) \cdot \underbrace{E(2)}_{=0} \cdot \underbrace{E(3)}_{=0} \cdot \ldots \cdot E(2020) = 0$.

---

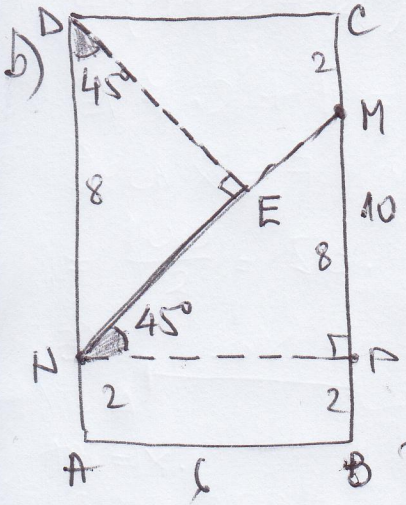
SUBIECTUL al III-lea: 1)




a) ABCD: dreptunghi $\Rightarrow \begin{cases} AB = CD = 6\text{cm} \\ BC = AD = 10\text{cm}. \end{cases}$

$P_{ABCD} = 2(L + l) = 2(10+6) = 2 \cdot 16 = 32$ (cm), q.e.d.

b)




$BM = 8\text{cm} \Rightarrow MC = BC - BM = 10 - 8 = 2$ (cm)

$DN = AD - AN = 10 - 2 = 8$ (cm)

Proiecția unui punct pe o dreaptă este picioarul perpendicularei din punct pe dreaptă, deci $DE \perp MN$.

Construim $NP \perp BC$ și avem $\triangle PNM$: dreptunghic, $AN = BP = 2\text{cm}$ (pt. că ABPN: dreptunghi), deci $NP = 6\text{cm}$; $MP = 6\text{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle PNM$: dreptunghic isoscel.

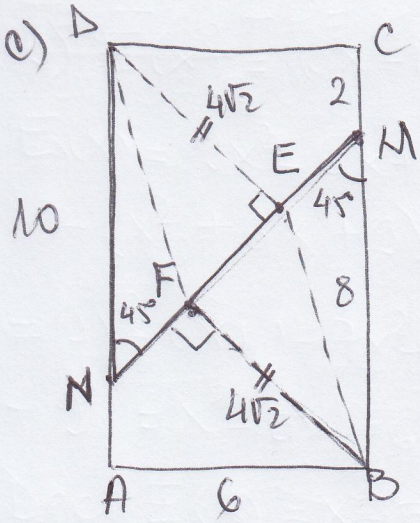
$\triangle EDN$: dreptunghic; $\widehat{EDN} \equiv \widehat{PNM}$ (∡ cu laturile perpendiculare)

Deci $\triangle EDN \sim \triangle PNM$ (U.U.) (dreptunghice și $\widehat{EDN} \equiv \widehat{PNM}$) $\Rightarrow$

$\triangle PNM$: dreptunghic isoscel

$\Rightarrow \triangle EDN$: dreptunghic isoscel, q.e.d.

c)




Ducând $BF \perp MN$ avem $\Delta BFM \equiv \Delta DEN$ în cazul (I.U.) ($BM = DN = 8$ cm și $\widehat{BMF} \equiv \widehat{DNE}$ (alterne interne).)

Prin urmare $\Delta BFM$: dreptunghic isoscel ca și $\Delta DEN$ (demonstrat la (b)).

Atunci avem $\left.\begin{array}{l} BF \perp MN \\ DE \perp MN \end{array}\right| \Rightarrow BF \parallel DE$, $BF = DE (= 4\sqrt{2}$ cm$)$ $\Rightarrow$

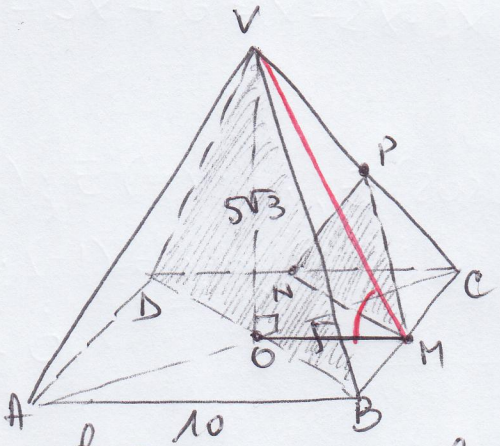
$\Rightarrow BEDF$: paralelogram, q.e.d.

---

SUBIECTUL al III-lea:

1) a) $ABCD$: pătrat, $AC$: diagonala pătratului $ABCD$; $\boxed{d = a\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ cm, q.e.d.




b) Pentru a demonstra că două plane sunt paralele trebuie să demonstrăm că unul din plane conține două drepte concurente paralele cu celălalt plan.

Pe de altă parte, o dreaptă este paralelă cu un plan dacă este paralelă cu o dreaptă din plan.

La noi avem: $MN$: linie mijlocie în $\Delta CBD \Rightarrow \left.\begin{array}{l} MN \parallel BD \\ BD \subset (VBD) \end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow MN \parallel (VBD)$ (1).

$MP$: linie mijlocie în $\Delta CVB \Rightarrow \left.\begin{array}{l} MP \parallel VB \\ VB \subset (VBD) \end{array}\right| \Rightarrow MP \parallel (VBD)$ (2)

Din (1) și (2), ținând cont de faptul că $MN$ și $MP$ sunt concurente (în $M$), $\Rightarrow (MNP) \parallel (BDV)$, q.e.d.

c) Unghiul dintre o dreaptă și un plan are măsura egală cu cea a unghiului format de dreaptă cu proiecția ei pe plan.

La noi $m[\widehat{VM;(ABC)}] = m(\widehat{VM;OM}) = m(\widehat{OMV})$, pe care o putem calcula din $\Delta VOM$ dreptunghic în $O$:

$OM = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5$ (cm), $tg(\widehat{OMV}) = \frac{OV}{OM} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow m(\widehat{OMV}) = 60° = m[\widehat{VM;(ABC)}]$, q.e.d.

# EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

## Matematică

## BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

**Test 16**

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I**
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | 0 | **5p** |
| **2.** | 15 | **5p** |
| **3.** | 10 | **5p** |
| **4.** | 36 | **5p** |
| **5.** | 90 | **5p** |
| **6.** | 17 | **5p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | Desenează triunghiul isoscel<br>Notează triunghiul isoscel cu vârful $A$ și baza $BC$ | **4p**<br>**1p** |
| **2.** | $x=3^{80}:3^{76}-10=3^4-10=81-10=71$<br>$y=2^{40}\left(1+2+2^2\right):2^{38}+1=2^2\cdot 7+1=29$, deci media aritmetică a numerelor $x$ și $y$ este egală cu $m_a=\frac{x+y}{2}=\frac{71+29}{2}=50$ | **2p**<br>**3p** |
| **3.** | $\frac{30}{100}\cdot x+\frac{1}{2}\left(x-\frac{30}{100}\cdot x\right)+350=x$, unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele trei zile<br>$x=1000$ km | **3p**<br>**2p** |
| **4.** | **a)** $a=\frac{10+15+24}{30}\cdot 30=$<br>$=\frac{49}{30}\cdot 30=49$ | **3p**<br>**2p** |
| | **b)** $b=\left(\frac{3}{3\sqrt{3}}-\frac{8}{2\sqrt{3}}+\frac{5}{5\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{12}=-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{12}{\sqrt{3}}=-\frac{24}{3}=-8$<br>$\left(\sqrt{a}+b\right)^{2020}=\left(\sqrt{49}+(-8)\right)^{2020}=(7-8)^{2020}=(-1)^{2020}=1$ | **3p**<br>**2p** |
| **5.** | $E(x)=9x^2-6x+1-7x^2+14x-7x+14-x^2-6x-9=x^2-5x+6$, pentru orice număr real $x$<br>Cum $E(2)=0$, obținem $E(0)\cdot E(1)\cdot E(2)\cdot\ldots\cdot E(2020)=0$ | **3p**<br>**2p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | **a)** $ABCD$ este dreptunghi, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$<br>$=2(10+6)=32$ cm | **3p**<br>**2p** |
| | **b)** $MCDP$ este dreptunghi, unde $MP\perp AD$ și $P\in AD$, deci $MP=6$ cm și $DP=2$ cm, deci $NP=6$ cm, de unde obținem că $\Delta MNP$ este dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle MNP)=45^\circ$<br>$\Delta DEN$ este dreptunghic în $E$ și $m(\sphericalangle DNE)=45^\circ$, deci $\Delta DEN$ este dreptunghic isoscel | **3p**<br>**2p** |

| | | |
|---|---|---|
| | **c)** $DN \parallel BM$, deci $\sphericalangle DNE \equiv \sphericalangle BMF$ și, cum $DN = BM$ și triunghiurile $DNE$ și $BMF$ sunt dreptunghice, obținem $\Delta DNE \equiv \Delta BMF$ | **3p** |
| | $DE \perp MN$, $BF \perp MN \Rightarrow DE \parallel BF$ și, cum $DE = BF$, obținem că $BEDF$ este paralelogram | **2p** |
| **2.** | **a)** $ABCD$ este pătrat, deci $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} =$ | **3p** |
| | $= \sqrt{100+100} = 10\sqrt{2}$ cm | **2p** |
| | **b)** $M$, $N$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, respectiv $CD$, deci $MN$ este linie mijlocie în $\Delta BCD$ și $M$, $P$ sunt mijloacele segmentelor $BC$, respectiv $CV$, deci $MP$ este linie mijlocie în $\Delta VBC$ | **2p** |
| | $MN \parallel BD$, $MP \parallel BV$, $MN \cap MP = \{M\}$ și $BD \cap BV = \{B\}$, deci $(MNP) \parallel (BDV)$ | **3p** |
| | **c)** $VO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(VM,(ABC))) = m(\sphericalangle(VM,OM)) = m(\sphericalangle VMO)$ | **2p** |
| | $OM$ este linie mijlocie în $\Delta ABC$, deci $OM = 5$cm și, cum $VO = 5\sqrt{3}$cm și $\Delta VOM$ este dreptunghic, obținem $\text{tg}(VMO) = \frac{VO}{OM} = \sqrt{3}$, deci $m(\sphericalangle VMO) = 60°$ | **3p** |